

数学建模培养研究生创新能力的 实践与探索

——以湖南科技大学为例

袁梓瀚¹, 李亚赛²

(1. 湖南科技大学 数学与计算科学学院, 湖南 湘潭 411201; 2. 珠海市第八中学, 广东 珠海 519000)

摘要: 数学建模对培养研究生的创新能力有重要意义。精心挑选典型的数学建模案例进行建模训练, 让研究生经历数学建模的各个阶段与环节; 建立一支科学合理的数学建模指导教师队伍, 以具体措施保障相关活动的开展; 加强数值分析的实践教学, 增强研究生的问题解决能力; 组织研究生参加数学建模竞赛活动等措施能有效培养研究生的创新能力。

关键词: 数学建模; 创新能力; 研究生

中图分类号: G643.2

文献标志码: A

文章编号: 1674-5884(2018)04-0104-04

研究生的创新能力培养在研究生教育中占据重要地位, 需要研究生导师和研究生院共同承担这项任务与责任。通常研究生创新能力的培养是通过研究生论文的撰写、课题的参与等来完成。通过多种途径培养研究生的创新能力是导师和研究生院的共同目标, 数学建模就是培养研究生创新能力的一个很好的途径。朱道元教授(研究生数学建模竞赛全国专家委员会主任)认为, 同研究生所参与的课题相比较, 由于数学建模需要在短时间内用数学知识创造性地解决问题, 因而在某些方面对研究生的创新要求更高, 这对于日后从事科研的研究生来说是一种较高较难较广的训练^[1]。下面我们以湖南科技大学为例谈谈以数学建模来促进研究生创新能力的一些具体措施。

1 精选数学建模案例进行训练, 让研究生经历建模全过程, 培养创新能力

精心挑选典型的数学建模案例, 即精心选择

那种具有很好的教学价值, 既能够体现数学的广泛应用价值, 又能紧跟时代步伐, 具有时代感的例子。日常教学中用来进行研究生数学建模训练的案例成千上万, 精选案例对于培养研究生的创新能力、提高研究生数学建模的兴趣以及运用模型去解决各类问题的能力都起到极其重要的作用。由于研究生数学建模的参与者来自各个不同的专业和方向, 因此选取一些有共同应用背景和时代感的优秀数学建模案例作为练习, 对研究生进行数学建模训练, 不但能使研究生的创新能力和问题解决能力得到培养, 而且在这个过程中他们能接触到很多新观念, 获得很多新知识。支持向量机的模型建立就是一个很好的例子。下面以支持向量机为例来对研究生进行数学建模训练, 探索培养研究生的创新能力。

1.1 数学建模任务要根据研究生各自所学专业特点来布置

为让不同专业的研究生更好地熟悉数学建

收稿日期: 20180319

基金项目: 湖南省研究生教改项目(JG2016B089); 湖南科技大学教改项目“高等数学课堂教学改革与创新型人才的培养与实践”; 湖南科技大学研究生教改项目“结合数学建模加强研究生实践和创新能力培养的研究”

作者简介: 袁梓瀚(1967-), 男, 湖南溆浦人, 副教授, 博士, 主要从事数学课程与教学论、图论及其应用研究。

模,并喜欢数学建模,指导老师最好从研究生的各自学科出发,把数学建模的内容与他们自己的学科背景相结合。选用支持向量机来对学生进行建模训练,能很好地兼顾到这点。比如,计算机专业的研究生可以从手写识别问题出发;学经济的可以从信用卡违约情况的分类问题开始;学机械的常常需要辨别零件,可以从零件辨别着手;金属材料专业的可从提出一种基于摩擦系数预测的方法出发(针对金属塑形过程中摩擦系数难以确定的情况)。建立在各自学科背景下的数学建模,更能提高研究生对数学建模的兴趣,调动积极性,减少畏难情绪。

1.2 引导学生查阅论文、收集数据和提出问题

引导学生查阅各自领域的高质量论文,收集一些权威的数据,并对各自领域的问题进行提炼,找出问题的本质。指导老师适时在关键的地方给予点拨,使学生发现所要研究问题的本质是一个分类问题。由于解决分类问题的方法较多,这时采用哪种方法,指导教师应再予以指点,引导研究生沿着支持向量机方向思考。比如,在计算机领域手写识别的解决方法有几种,但考虑到占用内存,指导教师应指导他们在分类方法中选用支持向量机。

1.3 组建建模论坛,在跨学科之间进行讨论

各专业的研究生从各自的专业背景出发,在论坛上阐述自己的观点,发现问题的本质。借鉴别的学科的思路,共同讨论,实现各种观点的碰撞,共同对问题进行抽象和提炼。无论从哪个专业背景出发,都能发现这些问题的本质是分类问题:二分类问题和多分类问题。

1.4 建立模型

引导研究生从各自的学科出发建立一个二分类模型:

假定给出一个样本集 $(x_i, y_i), i = 1, \cdots, n,$
 $x \in R^d, y \in \{+1, -1\}$ 满足
 $y_i[(\omega'x_i) + b] - 1 \geq 0, i = 1, \cdots, n。$

其中, $\omega'x_i + b = 0$ 是分类超平面方程,此时 $2/\|\omega\|^2$ 为分类间隔,要这个分类间隔最大(分类间隔最大就可将两类样本正确分类),只要 $\frac{1}{2}\|\omega\|^2$ 最小。因而支持向量机的目标函数(在线性可分的情况):

$$\Phi(\omega) = \frac{1}{2} \|\omega\|^2;$$

s. t. $y_i[(\omega'x_i) + b] - 1 \geq 0, i = 1, \cdots, n。$

为算出 $\Phi(\omega)$ 的最小值 $\min\Phi(\omega)$, 定义如下 Lagrange 函数:

$$L(\omega, b, \alpha) = \frac{1}{2} \|\omega\|^2 - \sum_{i=1}^n \alpha_i \{y_i[(\omega'x_i) + b] - 1\}。$$

其中 $\alpha_i \geq 0$ 为各样本对应的 Lagrange 乘子。

1.5 引导学生运用最优化方法,找出解的表达式

运用最优化理论的对偶函数求解。为了求解模型的最小值,向学生讲解部分需要用到的最优化理论知识和方法,求出目标函数的对偶函数

$$Q(\alpha) = - \sum_{i=1}^n \alpha_i + \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^n \alpha_i \alpha_j y_i y_j (x_i, x_j);$$

s. t. $\sum_{i=1}^n y_i \alpha_i = 0 \quad \alpha_i \geq 0 \quad i = 1, \cdots, n。$

再求 α_i^* 出(最优), ω^* (权系数向量由最优分类面得到) 和 b^* (分类器的阈值):

$$\omega^* = \sum_{x_j \in SV} \alpha_j^* y_j x_j;$$
$$b^* = y_j - \sum_{i=1}^n \alpha_i^* y_j (x_i, x_j)。$$

分类器的决策函数如下:

$$f(x) = \text{sgn}(\omega^* \cdot x + b^*)。$$

当样本集线性可分时,上述分类器决策函数可以对全部样本进行正确分类;当样本集不是线性可分,或者事先不知道样本集能否线性可分时,如果还是采用相类似的决策函数,必然有分错的样本点,这时可以指导学生引入一个非负松弛变量 $\zeta_i (i = 1, 2, \cdots, n)$ 来约束。因而,可以把上述表达式分别转化为

$$\Phi(\omega) = \frac{1}{2} \|\omega\|^2 + C[\sum_{i=1}^n \zeta_i];$$

s. t. $y_i[(\omega'x_i) + b] - 1 + \zeta_i \geq 0,$
 $i = 1, \cdots, n \quad \zeta_i \geq 0, i = 1, \cdots, n。$

为处理好样本偏差同支持向量机推广能力之间的关系,特别是处理好样本分类错误的问题,常常自定义常数 $C > 0$,利用 C 对有关条件进行惩罚与约束。

1.6 用 python 编程求解,写出优美的程序

我们选择 python 求解的原因有两个,首先是 python 易学,减轻学生编程的负担;其次是因为 python 的使用面极其宽广,无论在哪个领域均能用上,甚至学生毕业时就能以拥有 python 编程能力就业,这能增强学生的学习兴趣和学习动机。

1.7 指导调优,撰写论文

对有关参数进行调整是一项需要耐心的工作,这项工作需要引导研究生做好,从而求出模型的最佳解。对于研究生来说撰写论文比本科生稍有优

势,但仍然需要老师把关,并给予一定的指导。

1.8 把得出的结果运用到实践中去,并在实践中对结论进一步推广

没有什么能比自己通过建模求解,把所得结论运用于实际问题令人兴奋的了。尽管前面指导研究生进行数学建模,得到了基本的模型和模型的解,但实际问题是复杂的,在遇到复杂问题时,还需要对模型进行修改和完善。比如,如果数据是线性不可分的,这时需要进一步引导学生得出另一类分类函数;如果遇到高维空间的分类问题,就需要更进一步引导学生把分类函数进一步推广。

2 建立科学合理的数学建模指导教师队伍,以具体措施保障相关活动的开展

一支科学合理的数学建模指导教师队伍不仅能很好地教给学生数学建模知识,而且能使学生富有创新意识和掌握创新方法,也能促进创新氛围的形成,从而引导研究生以强烈的创新意识和不断增长的创新能力去解决实际生活中的数学问题^[2]。因此,为发挥指导教师对培养研究生创新能力的重要引领作用,我们精心组建了一支指导教师队伍。以年龄、职称、学历、知识结构、科研能力、创新意识和对数学建模的兴趣作为标准选拔数学建模指导教师队伍的成员。目前我们指导教师队伍中有院领导1名、教授3名、副教授12名,具有博士学历的14名,45岁以下的占比85%,在学术科研方面都较突出,均有SCI方面的论文。指导教师队伍的研究方向囊括了概率论与数理统计、数据挖掘、矩阵论、数值分析、凸优化、计算机编程、微分方程等方向。多年来,全校研究生及本科生有关数学建模的课程教学与培训均由这支队伍完成,同时队伍成员积极参与研究生和本科生的数学建模竞赛指导工作。

另外,研究生院和数学学院以具体的措施来保障指导教师队伍的相关活动能顺利开展。比如,制定数学建模教学改革项目的计划,通过项目资助来鞭策和激励指导教师研究数学建模与数学建模教学。每年研究生处拿出一定金额鼓励在指导数学建模竞赛中获奖的人员。报销外出以数学建模交流为中心主题的教师会务费和车旅费。从制度上保障指导教师能得到参加全国权威性的建模竞赛培训和参与命题研讨会的机会。组织指导教师去省内取得数学建模优秀成绩的大学进行交流。邀请数学建模专家来校内讲学。按计划召开教学团队研讨会以及学生与老师共同参加的研讨

会。通过以上各种措施,确保指导教师的视野得到开阔,数学建模的理念得到更新,数学建模的知识得到拓展,数学建模的经验得到丰富,能及时准确地把握数学建模的热点。

3 加强数值分析的实践教学,增强研究生的问题解决能力

数值分析是工科研究生的公共数学课程,这门课程在计算力学、机械设计、机电控制、结构分析等各个工程领域都得到了广泛的应用。数值分析主要学习包括误差的基础知识、插值法、数值逼近、方程(组)的根、数值微积分、微分方程数值解和边界值问题的求解等内容。而且数值分析也是与计算机科学密切相关的课程,学生既要系统掌握和使用常用数值算法,又要能借助计算机软件解决实际工程问题^[3]。而传统的教学重理论轻实践,因此,我们在教学过程中改变传统教学方式,做到理论与实践并重,切实把实践教学落到实处,从而增强研究生解决问题的能力。

3.1 加强数值分析实验课的教学,增强学生的动手能力

在实验课上让学生通过动手编程,以动作记忆来加深对算法的理解,掌握算法的基本思想。同时,在实验中引导他们通过对不同算法的比较和对计算结果的分析,加深对算法优劣和适用范围的认识,为其进一步开展课题研究积累宝贵的经验。而且教师在布置数值分析实验练习时注意了习题的难易梯度,给学生一些从易到难的实验练习。

3.2 参与导师的科研项目,在实践中提升解决实际问题的能力

为了切实提高研究生综合利用数值分析知识解决实际工程问题的能力,我们把参与导师的科研项目、解决项目中的数值计算问题作为实践教学的一个部分。在教师的指导下,研究生独立承担部分数值计算的工作,使他们全程与指导老师合作完成科研项目的工作。在这个过程中,研究生自然而然会熟悉数值计算的全部环节,在面对新的实际问题时能灵活运用数值分析的知识加以解决。

4 参加建模竞赛活动,以竞赛促创新能力培养

研究生通过参加全国高水平的数学建模竞赛,有如下好处:开阔视野、训练自学能力、增强团队配合意识、激发创新精神、提高在短时间内超强度运用所学知识创造性地解决问题的能力^[4]。

因此,我校研究生处和数学学院鼓励研究生参加数学建模竞赛,并在赛前采取相应的一些措施。比如,每年暑假指导教师对研究生进行赛前培训:研读数学建模竞赛优秀论文;学习数学建模中常用算法,并结合有关软件在计算机上加以实现;根据参赛者具体情况补充相关的建模中要用到的数学知识;根据因材施教的原则,有针对性地增加建模练习的难度;请往届获奖的研究生介绍经验,并解答在编程过程中常遇到的问题;组织模拟竞赛,让研究生做好参赛的心理调适,适应这种高强度的比赛活动。这些措施进一步完善了研究生的知识结构,培养了他们的计算机编程能力,也有利于参赛成员之间合作默契的形成,为在数学建模竞赛中获得好的成绩打下基础。

尽管我校只是湖南省的一所普通一本学校,学校所在的地理位置不佳,研究生的招生规模不大且生源质量一般,但参加数学建模竞赛却取得了不错的成绩。以下是近 5 年参加全国数学建模竞赛的获奖数据:2013 年 4 个队均获二等奖;2014 年 1 个队获一等奖,2 个队获二等奖,1 个队获三等奖;2015 年 1 个队获一等奖,3 个队获二等奖;2016 年 1 个队获一等奖,3 个队获二等奖,1 个队获三等奖;2017 年 1 个队获一等奖,2 个队获二等奖,1 个队获三等奖。尽管希望在数学建模竞赛中取得好成绩,但我们不过分看重奖项和名次,获奖不是我们的最终目标,我们的最终目标是培养研究生的创新能力。在参赛的准备和竞赛过程中,研究生得到的各种训练无疑对他们创新能

力的培养极其有利。

5 结语

从数学建模这个角度去研究培养研究生的创新能力是很有意义的,目前很多大学在做这方面的工作。我们探讨了从精选建模案例、指导教师队伍建设和保障措施、数值分析教学改革以及参加数学建模竞赛这几个方面去培养研究生创新能力。这些工作对研究生创新过程所需要的创新意识、创新精神、解决实际问题的能力、编程能力和团队合作精神等起到了一定的促进作用,加速了他们的成长。但利用数学建模培养研究生的创新能力,不同的学校有不同的做法,我校上述四个方面也还有改进空间,今后我们将继续完善相关措施,使用定量研究的方法量化这些措施的作用,做更深入一步的研究。

参考文献:

[1] 朱道远. 对研究生数学建模与创新的几点思考[J]. 高等数学研究, 2015(3): 1-3.
[2] 朱宁, 段复建. 对数学建模团队建设的实践与探索[J]. 大学数学, 2013(3): 69-72.
[3] 宋显华, 李冬梅, 刘凤秋. 数学建模和数学实验在工科研究生“数值分析”教学中的融合和实践[J]. 黑龙江教育(理论与实践), 2016(4): 52-53.
[4] 谢金星. 科学组织大学生数学建模竞赛, 促进创新人才培养和数学教育改革[J]. 中国大学教学, 2009(2): 8-11.

Practice and Exploration of Mathematical Modeling to Cultivate Innovation Ability of Postgraduates

—— Taking Hunan University of Science and Technology as an Example

YUAN Zihan^a, LI Yasai^b

(a. School of Computer Science and Engineering, Hunan University of Science and Technology, Xiangtan 411201, China;
b. Zhuhai No.8 Middle School, Zhuhai 519000, China)

Abstract: Mathematical modeling is important to cultivate the innovative ability of the postgraduates. The following measures are adopted to improve the innovation ability of the postgraduates. Firstly, we carefully select typical mathematical modeling cases for the postgraduates to experience the different stages of the mathematical modeling. Secondly, a scientific and rational guiding teacher team of mathematical modeling will be established to ensure the development of related activities. Thirdly, strengthening the practical teaching in numerical analysis so as to improve postgraduates' ability to solve problems. Finally, organizing postgraduates to participate in mathematical modeling competitions to improve postgraduates' innovative ability.

Key words: mathematical modeling; innovation ability; postgraduates

(责任校对 谢宜辰)