

doi:10.13582/j.cnki.1674-5884.2016.05.020

# 线性代数中的应用教学研究

樊继秋

(东华理工大学 理学院, 江西 南昌 330013)

**摘要:**线性代数是数学的重要分支,是大学生必修的公共基础课。目前教学状况是教学内容抽象、概念较多并且教学课时少。针对这些情况可采用多种灵活的教学方式,提高学生兴趣,将软件 MATLAB 引入教学可以加强理论和应用结合,学以致用。

**关键词:**线性代数;应用教学;MATLAB

**中图分类号:**G642      **文献标志码:**A      **文章编号:**1674-5884(2016)05-0066-03

线性代数是数学特别是代数学的一个重要分支,以向量空间和线性变换为主要研究内容,其在数学、物理学、工程、计算机、经济学中都有着广泛应用,线性代数因此而成为我国大学生的公共基础课之一。在实际教学中,线性代数的主要内容有行列式、矩阵、向量及线性变换,这些对于学生来说完全是一门全新的学科和数据表示方法,特别是线性代数通常学时少,内容抽象,概念和定理比较多,学生普遍反映这门课难学<sup>[1-2]</sup>。本文拟通过线性代数教学中采用多样的教学方式来说明,如何提高学生学习积极性。通过软件 MATLAB 在线性代数中的应用,培养学生运算能力,并加强学生解决实际问题的能力。

## 1 采用多种灵活的教学方式,加强学生学习兴趣

第一,以学生为主体,启发式教学。很多线性代数教学是教师直接讲定义、定理,教学目的是学生会做题,填鸭式教学。这样完全是压着学生学,学生提不起学习兴趣。因此,在教学过程中,可以由老师先引出几个问题,启发引导学生的思路,进而引出学习内容。例如,在讲矩阵内容时,可先引出下面问题<sup>[3]</sup>:某厂向3个商店发送4种产品,数量分别是 $a_{11}, a_{12}, a_{13}, a_{14}, a_{21}, a_{22}, a_{23}, a_{24}, a_{31}, a_{32}, a_{33}, a_{34}$ ( $a_{ij}$ 表示工厂向第*i*个商店发送第*j*种产品数量), $b_1, b_2, b_3, b_4$ 分别是4种产品的单价。可以启发学生用表格

的形式作出一个清晰明了的表示方法,引出矩阵  $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \end{pmatrix}$  和  $B = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{pmatrix}$ 。进而引导学生

如何简单得到每个商店要为每种产品付多少费用,引出矩阵乘积的概念。

第二,应用背景和案例。线性代数教材上知识的背景和应用案例比较少,学生在学习过程中就会比较迷茫,不知道所学内容怎么用,在教师的教学过程中可以多搜集相关知识背景和应用,加深学生对知识的印象,知道所学知识的用处。例如在讲解矩阵对角化时可加入案例<sup>[4]</sup>:

某国每年有比例为  $p$  的农村居民移居城镇,有比例  $q$  的城镇居民移居农村。假设该国总人口数不

收稿日期:20151202

基金项目:东华理工大学校级教改课题(1310100027)

作者简介:樊继秋(1985-),男,江苏赣榆人,讲师,硕士,主要从事代数学研究。

变,且上述人口迁移的规律不变。把  $n$  年后农村人口和城镇人口占总人口的比例依次记为  $x_n$  和  $y_n$  ( $x_n + y_n = 1$ )。

1) 求关系式  $\begin{pmatrix} x_{n+1} \\ y_{n+1} \end{pmatrix} = \mathbf{A} \begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix}$  中的矩阵  $\mathbf{A}$

2) 设目前农村人口与城镇人口相等,即  $\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0.5 \end{pmatrix}$ , 求  $\begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix}$

解:1) 有题设  $\begin{cases} x_{n+1} = (1-p)x_n + qy_n \\ y_{n+1} = px_n + (1-q)y_n \end{cases}$  可得  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1-p & q \\ p & 1-q \end{pmatrix}$

2)  $\begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix} = \mathbf{A} \begin{pmatrix} x_{n-1} \\ y_{n-1} \end{pmatrix} = \dots = \mathbf{A}^n \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0.5 \end{pmatrix}$ , 求  $\mathbf{A}^n$  方法引用将  $\mathbf{A}$  对角化的思路即可得

$$\begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix} = \frac{1}{2(p+q)} \begin{pmatrix} 2q - (q-p)(1-p-q)^n \\ 2p - (q-p)(1-p-q)^n \end{pmatrix}$$

第三,将课堂延伸至课外。课堂时间有限,教师除了完成教学任务外,剩余让学生自己实践的时间少。因此作为课堂内容的延伸,可以适当布置作业,在课后组织学生成立讨论小组,在小组内部让同学自己讲解作业思路,互相讨论,教师也可适当参与。另外,教师也可推荐一些相关参考书及和课程相关的应用书籍。

## 2 通过软件在线性代数中的应用,加强学生计算和解决问题的能力

现在在处理数组问题上很多时候是采用 MATLAB 软件作为解决手段,在教学过程中可以将其作为辅助内容引入,提高学习兴趣,培养学生用计算机解决问题的能力<sup>[5]</sup>。在学生熟练掌握了线性代数中的计算方法后,没有必要再花时间做繁琐的计算,可以掌握运用 MATLAB 去巩固知识,并进行拓展运用,进一步了解线性代数的广泛用途。例如解线性方程组可以讲解下面例题<sup>[6]</sup>:

求齐次线性方程组  $\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = 0 \\ 2x_1 - 5x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 0 \\ 7x_1 - 7x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \end{cases}$  的基础解析和通解。

解:通过初等变换可得基础解系为  $\xi_1 = \begin{pmatrix} \frac{2}{7} \\ \frac{5}{7} \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ ,  $\xi_2 = \begin{pmatrix} \frac{3}{7} \\ \frac{4}{7} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ ,

通解为  $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = c_1 \begin{pmatrix} \frac{2}{7} \\ \frac{5}{7} \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + c_2 \begin{pmatrix} \frac{3}{7} \\ \frac{4}{7} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

在 MATLAB 中可以运用函数 `rref()` 方便地求出方程组的基础解系和通解。

MATLAB 程序为:

```
>> A = [1 1 -1 -1; 2 -5 3 2; 7 -7 3 1];
```

```
>> rref(A)
```

```

ans =
    1.0000         0   -0.2857   -0.4286
         0    1.0000   -0.7143   -0.5714
         0         0         0         0

> > format rational
> > ans
ans =
     1         0      -2/7      -3/7
     0         1      -5/7      -4/7
     0         0         0         0

```

从结果中很容易看出,矩阵  $A$  的秩为 2,经过变换可得通解。

总之,在线性代数教学中应注意采用多种形式灵活教学,将枯燥、繁琐的定理证明、计算变得直观,贴近实际生活,进而让学生产生浓厚的兴趣。另一方面,要加强理论和应用的结合,促进学生全面发展,力求学以致用。

#### 参考文献:

- [1] 周金明,项立群,梅春晖.线性代数中的应用案例教学[J].安庆师范学院报,2012(2):112-114.
- [2] 刘春林,李宝娣.线性代数教学方法探索[J].衡阳师范学院学报,2012(3):153-155.
- [3] 同济大学数学系.线性代数[M].北京:高等教育出版社,2007.
- [4] 郑列,耿亮.线性代数应用与提高[M].北京:科学出版社,2012.
- [5] 唐朝君,廖正琦.关于线性代数教学的研究[J].重庆文理学院学报,2012(4):92-94.
- [6] 王亮,冯国臣,王兵团.基于MATLAB的线性代数实用教程[M].北京:科学出版社,2008.

(责任校对 晏小敏)