

Matlab 数字仿真在现代控制理论教学中的应用

周 兰, 周少武

(湖南科技大学 信息与电气工程学院, 湖南 湘潭 411201)

摘要: Matlab 数字仿真可以方便地完成控制系统建模、分析和设计中各种复杂的数学计算和作图, 实现控制系统的仿真运行。在现代控制理论课堂教学中应用 Matlab 进行控制系统模型建立和鲁棒稳定性分析, 一方面帮助学生通过仿真图形直观地理解概念, 激发学生学习兴趣, 提高学习效率; 另一方面实现了控制理论与控制系统案例的紧密联系, 大大增加课堂信息量; 同时能让学生在课堂教学中掌握 Matlab 这一实用软件, 培养学生的动手能力。

关键词: Matlab 数字仿真; 课堂教学; 鲁棒稳定性; 稳态性能

中图分类号: G642

文献标志码: A

文章编号: 1674 - 5884 (2014) 05 - 0104 - 03

科学技术的发展给控制理论的发展准备了两个重要的条件——现代数学和数字计算机。现代数学, 例如泛函分析、线性代数等, 为现代控制理论提供了多种多样的分析工具; 而数字计算机为现代控制理论发展提供了应用的平台^[1]。现代控制理论本质上是时域法, 基于状态空间模型在时域中对系统进行分析 and 设计。将 Matlab 知识应用于现代控制理论教学中, 使 Matlab 语言和控制原理课程内容有机地结合, 可以降低控制原理的抽象性, 激发学生的学习兴趣, 从而有效地提高学生的学习效率和教师课堂教学质量。本文通过实例探讨 Matlab 仿真技术在控制系统

模型建立和鲁棒稳定性分析教学中的应用。

1 基于 Matlab 的模型建立与转换

控制系统的数学模型是系统分析和设计的基础, 一般控制理论教学和研究中经常将控制系统分为连续系统和离散系统, 描述系统模型常用的描述方式是传递函数 (矩阵) 和状态方程^[2]。传递函数和状态方程之间、连续系统和离散系统之间可以进行转换。Matlab 控制系统工具箱中提供了大量的控制系统相互转换的函数, 如表 1 所示。

表 1 系统模型建立与转换的 Matlab 函数

函数名	功能	调用格式	说明
tf	求取传递函数	sys = tf(num, den)	num, den 分别为按降幂排列的分子、分母多项式系数
pzmap	绘制零极点图	pzmap(num, den)	
ss	求取状态方程	ss(A, B, C, D)	A, B, C, D 为系数矩阵
ss2tf	状态方程化为传函	ss2tf(A, B, C, D, iu)	iu 表示第 i 个输入
tf2ss	传函化为状态方程	tf2ss(num, den)	
tf2zp	传函化为零极点形	[z, p, k] = tf2zp(num, den)	z 为系统的零点; p 为系统极点, k 为增益
zp2tf	零极点化为传函	[num, den] = zp2tf(z, p, k)	
ss2ss	状态变换	ss2ss(sys, T)	进行状态线性变换

收稿日期: 2014 - 01 - 12

基金项目: 教育部国家特色建设专业 (自动化) 项目

作者简介: 周 兰 (1975 -), 女, 湖南涟源人, 副教授, 博士, 主要从事鲁棒控制与重复控制研究。

例1 对于传递函数模型

$$G(s) = \frac{2(s+2)}{(s+1)^2(s^2+3s+4)(s^2+1)}.$$
 (1)

可以用下面的语句输入

```
> num = 2 * [1, 2];
> den = conv([1, 1], conv([1, 1], conv([1 3 4], [1 0 1]))); % conv 实现多项式相乘
> G = tf(num, den) % 得到传递函数
```

$$G(s) = \frac{2s+4}{s^6+5s^5+12s^4+16s^3+15s^2+11s+4}.$$

```
> [A,B,C,D] = tf2ss(num, den) % 得到模型系数
```

$$A = \begin{bmatrix} -5 & -12 & -16 & -15 & -11 & -4 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$C = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 2 \ 4], \quad D = 0.$$

```
> [z,p,k] = tf2zp(num, den) % 得到零点极点形式,
```

$$z = -2, p = \begin{bmatrix} -1.5000 + 1.3229i \\ -1.5000 - 1.3229i \\ -0.0000 + 1.0000i \\ -0.0000 - 1.0000i \\ -1.0000 + 0.0000i \\ -1.0000 - 0.0000i \end{bmatrix}, \quad k = 2.$$

```
> T = [-1 1; -1 -1];
> sys1 = ss(A,B,C,D);
> sys2 = ss2ss(sys1, T) % 经过线性变换 T, 得到等价系统。
```

对于一个带有时间延迟的多变量传递函数矩阵, 例如

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{0.1e^{-0.72s}}{1.7s^2+4.4s+1} & \frac{0.9}{2s+1} \\ \frac{0.3e^{-0.2s}}{0.6s^2+1.9s+1} & \frac{-0.3e^{-1.29s}}{2.9s+1} \end{bmatrix}.$$
 (2)

可以用下面的 Matlab 语句表示

```
> g11 = tf(0.1, [1.7 4.4 1], 'iodelay', 0.72);
g12 = tf(0.9, [2 1]);
g21 = tf(0.3, [0.6 1.9 1], 'iodelay', 0.2);
g22 = tf(-0.3, [2.9 1], 'iodelay', 1.29);
> G = [g11, g12; g21, g22] % 仿照普通矩阵建立传递函数。
```

在 Matlab 语言中, 输入离散系统的传递函数和连续系统传递函数模型一样简单, 唯一不同的是, 需要输入系统的采样周期 T, 具体语句为:

```
> num = [b1, b2, b3, ..., bm, bm+1], den = [1, a1, a2, ..., an-1, an];
> H = tf(num, den, 'Ts', T) % T 为实际采样周期。
```

目前, 很多高校的电气工程及其自动化专业开设了自动控制原理和现代控制理论这两门控制理论课程, 但是没有独立开设控制系统数字仿真。为了让学生能够系统地掌握系统模型建立方法, 并能够在课程设计和毕业

设计中灵活运用控制理论知识和系统仿真技术, 教师应在现代控制理论的授课过程中通过以上方式介绍 Matlab 在系统模型建立与转换中的应用, 提高学生的学习兴趣, 培养学生的动手能力, 并加深对控制系统模型的理解。

2 基于 Matlab 的系统鲁棒性分析

建立了系统的数学模型, 就可以对系统进行特性分析。系统的稳定性是最重要的指标, 判稳先求根。在 Matlab 控制系统工具箱中, 求取一个线性定常系统的特征根只需用 eig(G) 函数就可以, 不论系统的模型 G 是传递函数、状态方程还是零点极点模型, 也不论系统是连续还是离散。

在实际控制工程问题中, 由于工作状态变化、外部干扰和存在建模误差, 使得不确定性在控制系统中广泛存在。因此, 控制系统设计必须考虑不确定性带来的影响。在现代控制理论教学中, 会经常提及控制系统的“鲁棒性”。所谓鲁棒性, 是指控制系统在不确定性条件下维持稳定性和某些性能的特性^[3]。同时, 在实际控制问题中, 不确定性往往是有界的。在鲁棒控制系统设计中, 一般是假定不确定性在一个可能的范围内变化来进行控制器的设计, 这就意味着设计出来的控制器, 在这个可能的不确定性范围内均能使控制系统的稳定性和性能保持不变。抓住不确定性变化的范围界限, 并在这个范围内进行最坏情况下的系统设计, 这就是鲁棒控制设计的基本思想。

在本科生的现代控制理论课堂教学中, 为了能使生较为直观地理解“鲁棒稳定性”这一抽象概念, 可以利用 Matlab 环境和 Simulink 仿真, 通过具体实例的仿真图形来进行解释说明。

例2 假设控制系统如图1所示。其中, r(t) 为给定的单位阶跃信号, y(t) 为控制输出, e(t) = r(t) - y(t) 为跟踪误差 (或控制偏差), 控制器 K(s) 的传递函数为

$$K(s) = \frac{0.042409(s+2.413 \times 10^8)(s+2)}{(s+1.994)(s^2+212.9s+1.546 \times 10^6)},$$
 (3)

控制对象传递函数为

$$G(s) = \frac{0.001602}{0.0001957s^2 + (0.2204 + 0.2\Delta s)s + 1}.$$
 (4)

(4) 式中的 Δs 为参数不确定性, 其变化范围为

$$\Delta s \in [-1 \ 1].$$
 (5)

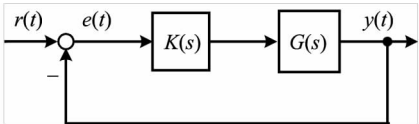


图1 控制系统模型

通过应用 Matlab 函数 step(feedback(K(s)*G(s))), 得到单位阶跃响应曲线 (图2), 仿真结果表明, 控制系统 (图1) 在3种情形下都渐近稳定, 因此, 我们就称系统对不确定性 (5) 鲁棒稳定。

另外, 利用阶跃响应曲线图2, 还可以引导学生理解

二阶系统在改变阻尼系数对系统动态性能的影响。对于不确定参数 $\Delta s \in [-1 \ 1]$ ，二阶控制系统(4)的阻尼系数相应地在一定范围内变化。由图 2 可以看出，随着阻尼系数的增大，系统响应速度减慢^[4]，由图 2(a)的振荡响应变为(b)与(c)的单调上升。

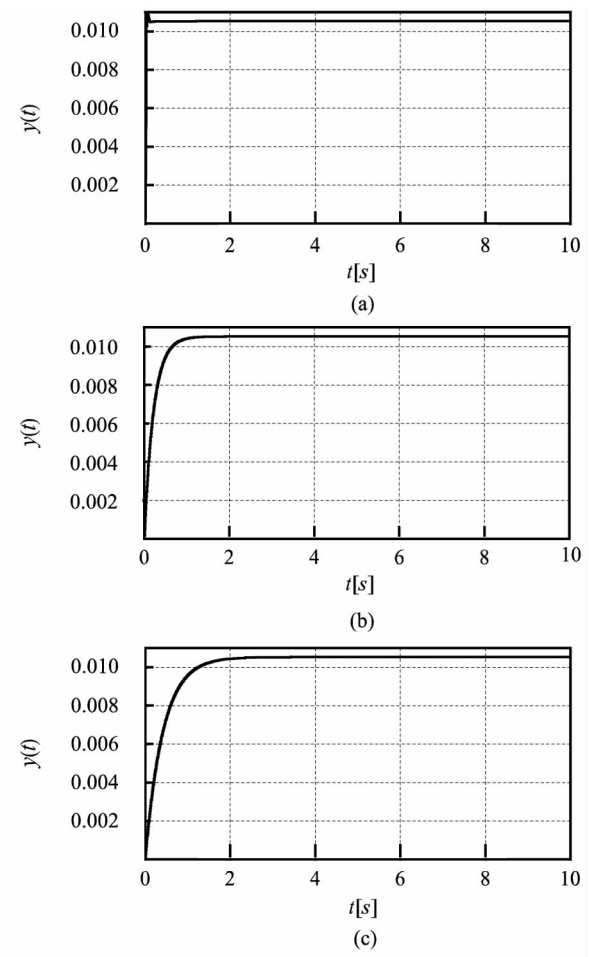


图 2 控制对象(4)在控制器(3)作用下的阶跃响应：
(a) $\Delta(s) = -1$ ；(b) $\Delta(s) = 0$ ；(c) $\Delta(s) = 1$

同时,由图 2 中输出响应曲线可以看出,3 种情形下的系统跟踪误差都比较大,因此,又可以以图 1 所示的控制系统为例,通过 simulink 仿真,进一步为学生讲述增加积分器对系统跟踪性能的影响,通过仿真结果的比较,让学生理解增加积分器可以提高系统跟踪能力的同时,理解“跟踪性能鲁棒性”这一概念。

例 3 在例 2 的控制系统中增加 PI 控制器,如图 3 所示。其中,PI 控制器的传递函数为

$$PI(s) = 750 + \frac{1\ 500}{s}.$$

(6)

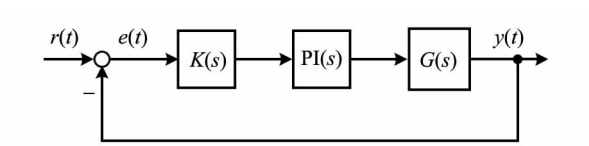


图 3 基于 PI 控制的控制系统模型

通过 simulink 仿真或直接应用 matlab 函数,得到跟踪误差结果。应用仿真结果图,可以引导学生分析出:(1)在不确定性范围(5)内,系统鲁棒稳定;(2)系统很快进入稳定状态,并且稳态跟踪误差都以较快速度趋向于零。这样我们就称系统具有稳态跟踪性能鲁棒性,或简单地称系统具有鲁棒性。

3 控制理论与 Matlab 仿真技术教学的几点思考

目前,大部分高校的自动化专业同时开设了自动控制原理、现代控制理论和 Matlab 仿真技术基础等课程,这些课程之间联系紧密,但是教学中存在课程定位模糊、内容重叠等问题,特提出如下几点思考:

(1)控制系统数字仿真的主要内容是应用 Matlab 探讨控制理论问题的求解,学生在学习该门课程之前必须具备一定的控制理论知识,因此,本科生应该在修完自动控制原理与现代控制理论之后再选修仿真技术,这样课程衔接自然、科学,有利于学生的系统学习。

(2)控制系统数字仿真的教学内容与计算方法、现代控制理论等课程的内容有交叉和重叠。例如,“数值积分法”的内容在计算方法中已经讲授过,“状态空间方法”的理论也在现代控制理论中讲授过。教师在传授仿真技术基础知识时,既要让学生加深巩固对已学课程内容的理解,又不能出现单纯的重复式教学;既要注意知识点之间的联系,又要让学生准确界定、区分课程内容,不要将知识点混杂在一起,这是仿真技术基础课程教学必须解决的一个重要问题。

(3)尝试在自动化专业的一些专业课程中增加 Matlab 的教学与实践环节,如自动控制原理、现代控制理论和电力拖动自动控制系统等,取消系统仿真与 Matlab 课程,不增加总学时数和学生的学习任务,让学生从课堂中掌握 Matlab 的应用技能,培养学生应用理论知识解决实际问题的能力。

4 结 语

Matlab 为控制理论的教学提供了一个辅助分析与设计的平台,使得教学内容的直观性增强,教材中的理论和公式更易于理解。同时,也能帮助学生学会使用 MATLAB 语言,为进一步深入学习和研究打下坚实的基础。

参考文献:

[1] 薛定宇. 控制系统仿真与计算机辅助设计[M]. 北京:机械工业出版社,2008.

[2] 俞立. 现代控制理论[M]. 北京:清华大学出版社,2012.

[3] 吴敏, 桂卫华, 何勇. 现代鲁棒控制[M]. 长沙:中南大学出版社,2006.

[4] 胡寿松. 自动控制原理[M]. 5 版. 北京:科学出版社,2006.

(责任校对 晏小敏)