

doi:10.13582/j.cnki.1674-5884.2020.03.007

学生生活体验与认知基础是教学的起点

——“有理数的乘法”同课异构的思考

曾友良¹,许倩¹,朱亮辉²

(1.湖南科技大学 数学与计算科学学院,湖南 湘潭 411201;2.湘乡市泉塘镇湖山中学,湖南 湘乡 411400)

摘要:义务教育数学课程标准明确提出,教师教学应该以学生的认知发展水平和已有的经验为基础。数学教学应充分关注学生的生活体验与认知基础,并以此作为学生的“现实”起点设计教学,以使帮助学生能够更有效地建构知识的意义,进而提高教学质量。从三位一线教师对七年级第一章“有理数的乘法”同课异构的教学设计所引发的思考出发,对课前导入习旧知、探究新知索发现、巩固深化提能力、课堂总结引思考四类教学环节展开比较,发现一线教师在数学课堂教学中为何及如何以学生生活体验与认知基础作为教学起点。

关键词:生活体验;认知基础;教学设计;同课异构

中图分类号:G633.6 **文献标志码:**A **文章编号:**1674-5884(2020)03-0032-08

荷兰数学教育家弗赖登塔尔从数学教育的特点出发,提出了三大数学教育原则,即“现实、数学化、再创造”。他在“数学现实”原则中提到数学应来源于现实,须扎根于现实,且应用于现实。数学来源于生活现实,又成为推动社会前进的有力工具改造着我们的现实生活,数学无处不在,数学与我们的生活息息相关,从而数学教育也就无法脱离学生当前的现实世界,离不开学生对现实生活的真切体验。同时,弗赖登塔尔认为每个人都有自己的数学现实,这里的“数学现实”是指学生现有的数学知识储备、数学思想方法以及数学能力,学生当前的数学基础怎样?数学水平如何?其日常生活常识具备多少?学生的思维特点、心理特征、认知发展规律等等都是数学教育应当也必须考虑的因素。因此,弗赖登塔尔的“现实”可以理解为是学生的生活现实、数学现实,以及学生当前的认知基础与认知规律。“数学化”即为数学地组织现实世界的过程,学习者“数学化”的水平随着其认知水平的不断提高而逐步上升,学习

者的现实世界与认知能力也在一定程度上影响着其“数学化”的水平。“再创造”原则强调数学教育要通过学生的实践体验来获得知识,要基于自己的数学现实,再创造出更高水平的数学现实^[1]。弗赖登塔尔的三大数学教育原则揭示了数学教育要以学生的生活体验与认知基础为教学起点,唯有如此,才能让数学教育在未来发展的路上稳步前进。

同课异构作为教学研究活动中时常开展的教研方式,能够有效促进教师的专业成长、有利于学生的多元发展。“同课异构”中的“课”是指教学内容,“构”是指教学设计,针对同一教学内容,不同的教师由于对教材的理解不同,同时结合教师与学生实际情况的差异,制定出不同的教学设计,由教师共同讨论、比较反思,从而达到共同提高共同进步共同成长的一种教研教学模式。本文选取的“有理数的乘法”同课异构的3个案例均来自湖南省K大学国培计划期间,3位教师在湖南省湘潭市某中学进行教学实践时所编写的教学设

收稿日期:20191011

作者简介:曾友良(1965-),男,湖南湘潭人,副教授,硕士,主要从事数学教学论教学与研究。

计。虽然都是对“有理数的乘法”这一课题进行的教学设计,但是其设计的教学方法、采用的教学模式、运用的教学策略、对知识的呈现及处理方式略有不同,各具特色。教学有法、教无定法、贵在得法,这3位教师不同的教学设计是如何做到得“法”的?该问题值得进一步探讨与深究。

之所以选择“有理数的乘法”这一内容以同课异构的教学模式进行教学设计。其一是学生在有理数的乘法这一节的学习当中,对有理数的乘法法则的理解还存在难度,特别是对“负负得正”这一法则一时难以顺应。虽然能够利用这一法则进行解题,但却仅停留在机械记忆法则的层面,如何能让学生更有效地理解这一抽象的数学知识,突破学生的思维难点,帮助学生顺利进行知识建构,减轻学生的认知负担,成为3位教师对“有理数的乘法”同课异构的初衷。其二是因为在国培计划初中数学骨干教师培训期间所组织的实践活动中,教师们能结合自己的教学经验针对有理数的乘法这一教学内容分享各自的教学体会与教育心得。本文对其同课异构的教学设计进行了较为详尽的比较分析,分析的视角是“将学生的生活体验与认知基础作为教学的起点”。

1 课前导入——源于“现实”习旧知

教学要从学生的数学现实出发。老师们都采用了复习旧知的导入方法,利用学生已有的知识经验与认知基础,建立起新旧知识的联系,为自然过渡到新知识的学习做好铺垫。有理数的乘法是在学生已经学习了有理数及有理数的加减法的基础上再来学习的,在学习负数时学生已经对数的扩充过程及扩充意义有了一定的了解,有理数的加减法也正是由正数的加减法扩充而来,教师A则利用学生已经历过的扩充进行导入:

“正数的加减法可以扩充到有理数的加减法,那么我们学习过的正数的乘法是否也可以扩充到有理数的乘法呢?”

这样的导入基于学生“扩充”的数学现实,使得数的运算从正数的乘法到有理数的乘法呼之欲出,也加深了学生对引出有理数的乘法的必要性的理解。

教师B直接给出下列算式并提出问题:

你能计算出下列各式吗?

$$3 \times 4 = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$(-3) \times (-4) = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$3 \times (-4) = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$0 \times (-4) = \underline{\hspace{2cm}}。$$

教师B由学生已掌握的正数乘法运算入手。基于学生的“数学现实”,并在此“现实”上引入负数参与的有理数的乘法运算,对中小学的数学知识建立起了有机的衔接与联系,从学生已有的认知水平出发,力求激起学生的认知冲突,激发学生对新知识的探究欲望。

教师C则通过复习本章前面所学的有理数的加法知识,请同学们计算:

$$(1) (-2) + (-2) = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$(2) (-2) + (-2) + (-2) = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$(3) (-2) + (-2) + (-2) + (-2) = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$(4) (-2) + (-2) + (-2) + (-2) + (-2) = \underline{\hspace{2cm}}。$$

并猜想下列各式的值:

$$(-2) \times 2 = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$(-2) \times 3 = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$(-2) \times 4 = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$(-2) \times 5 = \underline{\hspace{2cm}}。$$

由于学生已经学习过有理数的加法,对于前面4个加法算式,学生能够很容易地计算出来。并且学生在小学阶段已经学习过求几个相同加数的和用乘法计算,因此也能利用乘法的意义,将刚才计算的结果与后面的式子联系起来,思考并猜想到后面各式的值,正是基于教师C对学生数学现实与认知基础的把握,才能让教学顺利进行,有效促进教学活动的展开。

2 探究新知——把握“现实”索发现

2.1 情境创设——使学生身临其境

数学知识是对现实世界的抽象概括,现实世界是数学知识的承载载体。数学知识的教学应密切联系学生的生活实际,从学生的已有经验出发充分关注学生的生活体验。在有理数的乘法这堂课的教学设计中,3位教师都十分注重生活情境的创设。教师A设计了学生切身体验过的实例:在一条由西向东的笔直的马路上,取一点O,若小丽从O点出发,以5 km/h的速度向西行走,那么3小时后,小丽从O点向哪个方向行走了多少千米?

教师 B 与教师 C 则都选取的是小乌龟爬行的实例:

如图:一只小乌龟在一条笔直的小路 L 上爬行(这里笔直的小路可以近似为一条直线),它现在的位置正好是在小路 L 上的 O 点。



(1)假设小乌龟一直都以 2 dm/min 的速度向右爬行,那么 3 min 后它应该在哪里?

(2)假设小乌龟一直都以 2 dm/min 的速度向左爬行,那么 3 min 后它应该在哪里?

(3)假设小乌龟一直都以 2 dm/min 的速度向右爬行,那么 3 min 前它应该在哪里?

(4)假设小乌龟一直都以 2 dm/min 的速度向左爬行,那么 3 min 前它应该在哪里?

这样的例子都能在学生的生活世界中找到原型,将学生的生活情境融入教学情境中,融合学生的直接经验与间接经验,让学生体验到数学与现实生活的密切联系,提升学生的数学学习兴趣,同时为后面的学习创设探索的情境。

上述两个情境中的笔直的马路与小路 L 都可以抽象为一条数轴,在数轴上进行进一步的探究。对于利用数轴来分析与解决数学问题的方法,学生在前面学习有理数的加法法则时便已经有所接触,老师也正是在对学生的这一学情的分析基础上进行的这一教学设计,关注学生的数学现实与认知基础,将学生过去所学应用于当前新知的探究,促进学生的数学知识及学习方法的正向迁移。

初一年级的学生刚从小学步入到中学,根据皮亚杰的认知发展阶段理论,他们已从具体运算阶段逐步过渡到形式运算阶段,尚处于形式运算阶段初期,其具体形象思维能力较强,而抽象思维能力较弱。基于初一学生这样的认知特点,老师们在教学设计中都采用了多媒体动画演示的教学方法,向学生生动形象地展示了情境中小丽与小乌龟的位置变化,便于学生更好地分析问题,突破学生的思维障碍,化解教学中的难点。

美国教育家杜威在论述教育的本质中提到:教育即生活,教育即生长,教育即经验的不断改造。因此,我们的数学教育也离不开学生的生活体验,让学生在生活获得数学知识,又将数学知识应用到实际生活当中。教学中如果没有结合学

生的生活实际,那么这样的教学则会成为“无源之水,无本之木”,它始终是空洞的、缥缈的,而真正的教学是鲜活的、有生命力的,因此在教学设计中要充分考虑到学生的生活体验,适当地创设情境让学生身临其境,感受知识来源于生活又应用于生活。因此我们的数学教学应以学生的生活体验与认知基础为起点,也只有以学生的生活体验与认知基础为教学起点,数学教育才能在发展的道路上稳步前进。

2.2 探究解读——助学生知识建构

在探究阶段,教师 A 从学生现有的知识经验出发,首先回顾了 3 个知识点:

1)乘法的意义:求几个相同加数的和的简便运算。

2)乘法分配律: $a \times (b+c) = a \times b + a \times c$

3)若两个数的和为 0,则这两个数互为相反数。

通过第一个知识点的回顾,学生能够很容易地从教师创设的情境中得到问题的解答:小丽行走了 $(-5) \times 3 = (-5) + (-5) + (-5) = -15 \text{ km}$,即小丽向西行走了 15 千米。充分利用了学生当前的知识基础,并将新的知识融合于学生现有的认知结构当中,促进学生数学知识的同化与迁移。后面两个知识点的回顾为学生进一步的探究提供了思路与方法,在教师的指导下,学生运用简便运算计算 $3 \times (-5) + 3 \times 5$,通过计算,学生能够得到 $3 \times (-5) + 3 \times 5 = 3 \times [(-5) + 5] = 0$,这表明 $3 \times (-5)$ 与 3×5 互为相反数,从而有 $3 \times (-5) = -(3 \times 5) = -15$,由此看出, $3 \times (-5)$ 得负数,并且把绝对值 3 与 5 相乘。类比上述计算方法与计算过程,教师能够引导学生进一步得出 $(-5) \times (-3) + (-5) \times 3 = (-5) \times [(-3) + 3] = 0$,从而得到 $(-5) \times (-3)$ 与 $(-5) \times 3$ 互为相反数, $(-5) \times (-3) = -[(-5) \times 3] = -(-15) = 15$,由此 $(-5) \times (-3)$ 得正数,并且把绝对值 5 与 3 相乘。有了前期这一探究过程,有理数的乘法法则便呼之欲出:两数相乘,先确定积的符号,再确定积的值,即同号得正,异号得负,并把绝对值相乘。教师 A 能够在对学生现有发展水平上建立学生的最近发展区,以学生的认知基础为教学起点,使学生能够靠自己的努力跳一跳摘到数学知识的“果实”。

教师 B 在情景创设阶段利用动画向学生形象展示了小乌龟的爬行轨迹,但此时学生的认识

还停留在直观感性阶段,为了让学生对知识的理解达到理性认识的层面,教师 B 设置了建立模型的环节:

第一步,给出规定:1.对于方向,规定:向左爬行记为“-”,向右爬行记为“+”;2.对于时间,规定:“现在之前”记为“-”,“现在之后”记为“+”。

第二步,明确问题:1.要弄清楚方向问题、时间问题、路程问题;2.弄清楚速度、时间、路程三者之间的关系,即速度 \times 时间=路程。

第三步,提出要求:理解情境中的问题并列出示算式。

第一个步骤对于方向和时间规定是为第三步列出算式解决符号问题做铺垫。第二个步骤对于两个问题的明确是为第三步的顺利解决提供理论支撑。虽然教师在建立模型这一环节一步一步为学生搭建“脚手架”,但由于初一学生刚步入中学,其建模意识较为淡薄,建模能力比较薄弱,学生对于一些问题的理解也存在一些困难,特别是情境中的第三个问题(假如小乌龟一直以 2 dm/min 的速度向右爬行, 3 min 前它应该在哪儿?)的解答,一些学生虽然能够列出算式,但仍不明其理,究其原因,是由于该阶段很多学生其逆向思维能力有所欠缺,对“现在之前”的时间认识不足,难以想象与理解。针对七年级学生这样的认知特点,教师 B 引导学生在独立思考的基础上进行合作交流,在交流的同时让学生重复观看动画演示。按题目要求弄清楚此时的时间、速度与路程各应用什么数表示,又应根据什么关系式列出算式,让学生充分发表自己的看法,大胆提出自己的疑惑,通过合作交流共同努力使疑惑得以消除,让学生知其然并知其所以然。第三个问题作为本节课的难点一旦得以解决,那么情境中的第四个问题学生便可以类比前面的方法加以顺利解决。马克思主义原理认为理性认识是对事物本质及规律的认识,它隐藏在事物的内部,要通过发挥人的主观能动性才能获得。正是基于教师 B 对人类这一认知规律的认识,并以此为教学起点,通过独自思考与合作交流充分调动学生的主观能动性,让学生能够对知识步步深入,突破学生的认知难点,使学生由初步的感性认识达到系统的理性认识的飞跃。

教师 C 对于情境中的前三个问题的处理与教师 B 类似,都是通过动画演示,让学生在直观

感知认识的基础上加以理解并列出的算式。但对于第四个问题,虽然也可以通过类比前面三个问题解答的思路与方法得以解决,但它涉及时间和方向两个维度的逆向,对学生的逆向思维能力要求较高,部分学生在这里会存在难点,并且考虑到这第四个问题关系到有理数乘法中的一个最重要的结果,负数与负数相乘得正数,即负负得正,这对学生的思维是一个很大的挑战,学生必须改变自己原有的认知结构以适应这一新情况,但学生一时还难以顺应。为了帮助学生能够更好地理解有理数的乘法“负负得正”这一法则,教师 C 利用前面 3 个问题所得出的结论(异号两数相乘得负数,并且把绝对值相乘)来让学生计算下面的算式:

$$(-3) \times 3 = \underline{\quad\quad\quad};$$

$$(-3) \times 2 = \underline{\quad\quad\quad};$$

$$(-3) \times 1 = \underline{\quad\quad\quad};$$

$$(-3) \times 0 = \underline{\quad\quad\quad};$$

引导学生发现其中的规律,即一个因数(-3)不变,另一个因数依次减少 1,积就增加 3。由该规律的得出,学生便能很容易得到:

$$(-3) \times (-1) = \underline{3};$$

$$(-3) \times (-2) = \underline{6};$$

$$(-3) \times (-3) = \underline{9};$$

由此自然得出“负负得正”的有理数乘法法则,再在此基础上引导学生进入下一步对有理数乘法法则的归纳总结,这样就有效避免了部分学生因双逆向思维而存在的障碍,顺利达成教学目标。

纵观 3 位教师在探究解读阶段的教学手段以及对知识的处理方式,教师 A 利用学生已学习过的相反数的知识引导学生探索有理数的乘法法则,教师 B 结合多媒体动画演示设置建模环节通过四个问题的解答进行有理数乘法法则的探索,教师 C 针对前 3 个问题的处理与教师 B 类似,第四个问题采取了让学生通过合情推理与演绎推理的方式探索规律总结法则。所谓教学有法,教无定法,贵在得法,尽管 3 位教师采用的处理方式都有所不同,但教学是有法的,这里的“法”是要求教学要符合知识本身发展的逻辑规律,要遵循学生特有的身心发展规律,要以学生的生活体验与认知基础为教学起点,在探索解读这一阶段都是以学生的认知基础为前提进行教学设计。教师 A

利用学生认知结构中的相反数的知识这一认知基础经过同化、顺应、最终达到知识的平衡获取新知识。教师 B 考虑到学生形象思维能力较强而抽象思维能力较弱的认知特点,采用多媒体动画演示向学生直观展示;考虑到学生通过动画演示只是让知识停留在初步的感性认识阶段,便设置了简单的数学建模使学生由初步的感性认知上升到理性认知。教师 C 考虑到学生在小学阶段就已具备探索规律的能力,便利用探索规律的方式让学生通过合情推理与演绎推理来获取新知,从而避免学生因逆向思维障碍而导致对知识的误解。由此,我们可以看出,教无定法,但教学有法,在教学中我们应充分把握学生的认知基础,充分了解学生现有的知识水平、当前的思维能力、身心发展特点等,并以此为起点设计教学,才能使教学得“法”。

2.3 案例分析——促学生理解掌握

课程标准指出,有效的教学活动是学生学与教师教的统一^[2]。通过例题的示范教学能够有效帮助学生巩固新知、发展能力、掌握方法。美籍匈牙利数学家波利亚在其著名的 *How To Solve It* 中提到:人类整个认知系统中绝大部分功能从本质上都是硬编码的,能在后天习得的,只是“程度”的不同,而非“本质”的不同。因此他在深度剖析解题者解题过程的基础上,将一般的解题方法与模式浓缩在“怎样解题表”这一解题精华当中。波利亚曾说“货源充足和组织良好的知识仓库是一个解题者的重要资本”,这里“货源充足”即是指解题者原有的知识经验,“组织良好的知识仓库”则是指解题者良好的认知结构^[3],因此数学课堂中的例题教学应以学生的认知基础为起点,紧密联系学生已有的知识经验,充分把握学生的认知规律。

这里以教师 B 所安排的一道典型例题为例来展现教师 B 在教学中是如何以学生的生活体验与认知基础为教学起点来设计教学的。

例:我们用正负数来表示气温的变化量,上升记为“+”,下降记为“-”。登山爱好者准备去攀登一座山峰,每登高 1 km 气温的变化量为 -5°C ,攀登 4 km 后,气温有什么变化?

这道例题难度不大,但是对于初学有理数乘法的七年级学生来说,将新知识纳入已有的认知结构当中还需要一定的时间与过程,这个过程还

需要教师的示范与引导。教师 B 对这道例题结合波利亚的“怎样解题表”进行了深入详细地分析:

A. 弄清问题

第一阶段,弄清问题,教师 B 引导学生认真读题,仔细审题。弄清题目当中的未知和已知分别是什么?即已知登山爱好者每登高 1 km,气温的变化量为 -5°C ,而要求的未知结论则为攀登 4 km 后气温会有什么变化?对数学文字语言有了初步的理解后,教师向学生示范将复杂的数学文字语言转换为简洁明了的图形语言,在黑板上按照题意画出登山与温度变化的示意图,将已知与未知都在图上清晰地表示出来。

B. 拟定计划

拟定计划阶段,教师引导学生深入地分析问题,展现题目求解的思维过程,向学生传授解题策略。波利亚认为:良好的数学教育应该是给学生系统的自己发现事物的机会。因此波利亚的怎样解题表如一本“启发法小词典”,以一个又一个的问题为载体,启发学生步步分析,层层深入^[4]。

“你以前有见过它吗?你有见到过相同而形式略为不同的问题吗?”

促使学生回忆自己的解题经验,联系头脑中原有的知识经验。有的学生会联想到情境导入中小乌龟爬行的问题:用正负数表示小乌龟爬行的变化量,向东为正,向西为负。如果小乌龟每 1 min 爬行的变化量为 -2 dm ,那么 3 min 后,小乌龟爬行的位置在哪里?还有的学生会联想到:登山爱好者去攀登一座山峰,每登高 1 km 气温下降 5°C ,那么攀登 4 km 后,气温下降多少?

“你能否重新叙述该问题?你能否用不同方法来重新叙述它?如果你暂时不能解决这个问题,你能尝试着解决一个相关问题吗?”

这些问题串意在引导学生对题目进行再加工。将题目与原有的知识经验相联系,将其转化为已经学习过的相关知识,用不同的方法来叙述这个问题。如学生可能会将题目转化为:登山爱好者每登高 1 km,气温下降 5°C ,那么攀登 4 km 后,气温会有什么变化?这样就将题目转化为了过去所熟悉的题目,也就能够运用过去所学的非负数的乘法进行求解。

“你还知道与此相关的一些问题吗?你还能想到一些可能用得上的法则或定理吗?”

引导学生挖掘题目已知条件与所求问题之间的关系:单变化量 \times 数量=总变化量,这道题目当中则是每千米海拔气温的变化量 \times 攀登的海拔高度=气温总的变化量。由学生所转化后的题目,学生很容易能得到算式: $5 \times 4 = 20$,即气温下降了 20°C 。那么类比到这道题目当中,结合学生所挖掘出的题目已知条件与所求问题之间的关系:单变化量 \times 数量=总变化量,学生能将原有的知识迁移到新知识的运用当中,由此得到算式: $(-5) \times 4 = ?$,再联系本节课所学新知,有理数乘法法则“同号得正,异号得负”得到 $(-5) \times 4 = -20$,即气温的变化量为 -20°C ,再根据题目“下降为负”的已知条件,将结论进一步转化为气温下降了 20°C 。此外,教师针对本题的解答鼓励学生采用不同的方法,学生很容易联想到在有理数加法学习过程中的探索思路,登山队每登高 1 km ,气温变化 -5°C ,那么攀登 3 km 后气温则为 $(-5) + (-5) + (-5) = -20^\circ\text{C}$,同样得到问题的解,并能建立起有理数加法与乘法的有机联系,加深学生对知识的理解,促进学生对新旧知识的融会贯通,培养其思维能力。由此,题目分析完毕,进入到下一阶段:实现计划。

C. 实现计划

拟定计划是暴露思维过程、探索解题思路、传授解题方法的阶段,是整个解题过程的关键与核心,而实现计划则是继上一阶段后实施信息资源的“逻辑配置”。在这一阶段,教师B引导学生对拟定计划阶段的解题思路的分析过程进行进一步的梳理,使之明确解题思路。并在黑板上示范演示规范的解题步骤,要求学生严格按照规范的解题过程进行解答,避免学生产生忘记写“解”或者“答”,以及忘记对负数打括号等不规范的解题情况,使学生形成科学、严谨的数学学习态度,养成良好的数学学习习惯。教师通过对这道题完整的解题示范,让学生能够在以后的解题过程中切实做到解题步骤的合理性与完整性,以及数学语言表达的准确性与规范性。学生的数学学习很容易受到先入为主的首因效应的影响,因此教师在典例分析过程中的正确示范十分重要,教师B在实现计划阶段采用怎样解题表中的问题“你是否能清楚地看出这一解题步骤是正确的?”引导学生仔细检验解题的每一步,从而完整正确地实现解题计划。

D. 回顾

回顾是最容易被忽视的阶段,但却是必不可少的重要阶段,学生通过对解题过程的回顾,能够加强对新知识的巩固,掌握解题策略与方法,促进其有意义学习及知识的有效建构。能够使学生对自己在解题过程中的认知活动进行再认知,以拓展学生的元认知知识,培养学生的元认知监控能力,丰富学生的元认知体验^[4]。波利亚“怎样解题表”中在回顾这一阶段这样提问到:你能否将所得的这一结果或方法进行适当的迁移从而运用于其他问题的解决?因此,教师B在这一阶段设计了变式题目:

我们用正负数来表示气温的变化量,上升记为“+”,下降记为“-”。登山爱好者准备去攀登一座山峰,每登高 1 km 气温的变化量为 -5°C ,登山爱好者登顶后再下山 4 km 后,气温有什么变化?

我们用正负数来表示气温的变化量,上升记为“+”,下降记为“-”。登山爱好者准备去攀登一座山峰,每登高 1 km 气温的变化量为 -5°C ,攀登 4 km 后,气温有什么变化?若此时山脚的温度为 25°C ,则登山爱好者攀登 4 km 后的温度为多少?

教师B所设计的变式题目能够训练学生对解题方法的迁移运用,加强对题目的理解,巩固新知,增强学生的解题能力,培养学生的发散性思维,使学生通过对这一类题目的通解完成对知识的意义建构,丰富其原有的知识经验与认知能力,从而有效提升其认知基础。

波利亚的怎样解题表展现了人在解决问题时思维的自然过程,教师B利用波利亚的怎样解题表向学生正确示范了例题的完整解答过程,四个阶段环环相扣,符合学生的认知发展规律。学生有意义学习的必要条件之一则是学习者要有主动学习的倾向。教师B利用波利亚在怎样解题表中每一阶段所设计的一系列的问题串启发学生去思考并探索解题思路,而不是直接向学生呈现冰冷的标准答案,激发学生积极思考与主动实践,充分发挥教师的主导作用与学生的主体作用,调动学生的积极性与主动性,促进学生的有意义学习,符合学生在学习这一特殊活动过程中的认知规律。波利亚在《怎样解题》中曾多次提到“念头”,这些由问题串所引发的“念头”能够促进解

题者积极活跃的思维活动。而产生这些念头的基礎則是过去的经验与已有的知识,因此在例题的教学中不能忽略学生的认知基础,同时要结合学生的生活体验才能促进学生更有效的学习。

3 巩固深化——发展“现实”提能力

教学要以学生生活体验与认知基础为起点,同时也要以此为起点丰富学生的生活体验,提升学生的认知基础。基于学生的“数学现实”,发展学生的“数学现实”,从而使学生达到更高水平的“数学现实”。

检验学生是否真正掌握了知识,其认知基础是否真正得以提升,其“数学现实”是否真正得到了发展,在于学生是否能正确运用知识。且教学目标的达成也要落实到学生这一教学主体。因此3位教师都十分注重学生对新知识的巩固。在这一阶段,主要采取的是讲练结合的教学模式帮助学生加深对知识的理解。讲练结合的教学模式具有案例的典型性、目标的明确性、运用的简明性这三个特点。在题型的选择上都选择了口算题、计算题、应用题这三种有关有理数乘法的典型题目。设计口算题的目的在于对有理数乘法法则的简单回顾,使学生明确算理巩固法则。计算题目中教师设计了整数、小数、分数、带分数参与的有理数的乘法计算,如教师C所设计的:

$$(1) 3.5 \times (-2)?$$

$$(2) \left(-\frac{3}{8}\right) \times \frac{2}{9}?$$

$$(3) (-123.67) \times 0?$$

$$(4) (-3) \times \left(-\frac{1}{3}\right)$$

这几道典型题目意在让学生在解题的基础上分别总结解题的方法与技巧,即当因数中有小数时,可以将该小数转化为分数再进行乘法运算;当因数中有带分数时,可以将此带分数转化为假分数再参与乘法运算;当其中有一个因数为0时,积为0。应用题的设计意在培养学生的应用意识,能够将所学知识运用到实际生活当中,利用数学知识去解决相关的实际问题,使学生亲身体会到数学与实际生活的紧密联系,使学生深刻认识到数学知识既始于现实又归于现实、来源于现实而又服务于现实。教师B还设计了变式题与开放题,使学生把握知识的本质,做到万变不离其宗,

挖掘学生的思维潜能,培养其创新意识与创新能力。在教学方法上,教师C考虑到巩固提高这一环节已进入到课堂后期,学生的注意力有所分散,学生在生理上和心理上已产生一定程度的疲劳感,因此采用了游戏教学法,以本节课所学的知识点为载体利用“砸金蛋”的闯关游戏点燃课堂气氛,激活学生主动参与数学学习的兴趣与积极性。闯关游戏中所设置的数学题目由易到难,层层递进,既让学生巩固知识,又能进一步拓展学生的思维,发展学生的数学能力;既让学生在数学闯关游戏中体验到简单题目带给自己成功的愉悦,又能激发学生挑战难题的勇气与信心。整个数学课堂沉浸在欢快愉悦的氛围当中,使学生能够自由地徜徉于浩瀚的数学知识海洋,乐中学,学中乐,以长久地保持学生的学习动机与学习兴趣,使学生在数学课堂上真正做到“我要学”而非“要我学”。

通过讲练结合的教学模式,通过典型题型、典型题目以及变式题、开放题的设计,帮助学生加深理解,巩固知识,培养学生的应用意识与创新能力,从而提升学生的认知基础,获得更高水平的“数学现实”。根据学生的身心特点及发展规律提升学生的课堂注意力,激发学生数学学习兴趣,提高学生的数学学习效果,从而使学生更好地掌握数学知识,更好地提升学生的认知基础。

4 课堂小结——回归“现实”引思考

艾宾浩斯遗忘曲线描述了人类大脑对新事物遗忘的规律:遗忘的进程很快,并且先快后慢。针对这一认知规律,在课堂的尾声,小结必不可少。虽用时少,但却是一种效率高功效强的记忆。3位教师在课堂小结阶段带领学生从知识、能力、情感等方面分享自己的收获与体会,把课堂的主动权交给学生,让学生通过交流与分享形成较为清晰系统的知识体系,体验数学学习的乐趣与获得新知的喜悦。课后的作业布置也遵循人类的遗忘规律,使学生能够及时复习及时巩固达到对新知识的熟练掌握。教师A布置了练习题与思考题,思考题涉及下节课将要学习的乘法运算律及多个有理数相乘时积的符号的确定,使本节课所学知识成为学生下节课的“数学现实”,使本节课所获得的数学思想能力与方法成为下节课的“认知基础”,为后面的学习奠定基础。作为教师,在设计

教学时不仅要看到学生共同的认知基础,还应看到学生不同的认知基础,即学生的认知水平的差异性。教师 B 设置了 A 组水平检测与 B 组拓展练习,教师 C 设计了必做题及选做题,这两位教师充分考虑到学生的个体差异性,兼顾不同学生的发展水平,使得人人都能获得良好的数学教育,不同的人在数学上能够得到不同的发展。

5 结语

由上述 3 位教师“有理数的乘法”同课异构教学设计从课前导入、探究新知、巩固深化、课堂总结这四大教学环节的比较分析,我们能够深刻地体会到学生生活体验与认知基础是教学的起点。

建构主义学习理论认为,教学不能无视学生已有的经验,而是要把学生已有的知识经验作为新知识的增长点,引导学生从原有的知识经验中“生长”出新的知识经验。因此,成功的教学在于能够准确把握学生当前的认知基础以及通过学习能够达到的新的认知水平,即找到学生的“最近

发展区”,激发出学生原有的相关知识经验,促进知识经验的“生长”和学生的知识建构活动。使学生能够通过数学课堂学习实现其“数学现实”达到最大程度的丰富以及自身最大程度的发展。

教学有法,教无定法,贵在得法。此得“法”的关键是要以学生的生活体验与认知基础为教学起点,学生的生活体验与认知基础是教师教学设计的一大重要依据。数学教学不仅要以其为起点,同时也要以此为起点丰富学生的生活体验、提升学生的认知基础,使学生的生活体验与认知基础贯穿于教学的始终。

参考文献:

- [1] 张奠宙,宋乃庆.数学教育概论[M].北京:高等教育出版社,2016.
- [2] 中华人民共和国教育部.义务教育数学课程标准(2011年版)[M].北京:北京师范大学出版社,2012.
- [3] 罗增儒,罗新兵.波利亚的怎样解题表(续)[J].中学数学教学参考,2004(5):29-32.
- [4] 涂荣豹.数学解题学习中的元认知[J].数学教育学报,2002(4):6-11.

Starting Point of Teaching: Life Experience and Cognitive Basis of Students:

Reflection on Same Lesson with Different Structures of “Multiplication of Rational Numbers”

ZENG Youliang^a, XU Qian^a, ZHU Lianghui^b

(a. School of Mathematics and Computational Science, Hunan University of Science and Technology, Xiangtan 411201, China;

b. Hushan Middle School, Xiangxiang 411400, China)

Abstract: Mathematics curriculum standards for compulsory education clearly stated that teaching should be based on students' cognitive development level and life experience. Therefore, in teaching process, teachers should pay full attention to students' life experience and cognitive basis, and accordingly design teaching plans, so as to help students better construct knowledge systems more effectively, make teaching more scientific and reasonable, and improve the current teaching level and quality. This paper, starting with the reflection on three teachers on the teaching design of the same lesson with different structures of “multiplication of rational numbers” in the seventh grade students, compares the four teaching links of pre-class introduction, exploration of new knowledge, knowledge consolidation and deepening, and class summary, to display why and how the teachers take the students' life experience and cognitive basis as the starting point in mathematics teaching.

Key words: life experience; cognitive basis; teaching design; same lesson with different structures

(责任校对 蒋云霞)