

doi:10.13582/j.cnki.1674-5884.2017.05.003

范希尔理论的几何思维水平 研究综述及启示

曾友良, 贡朝栋

(湖南科技大学 数学与计算科学学院, 湖南 湘潭 411201)

摘要: 范希尔理论提出几何学习过程中学生形成了5个几何思维水平, 几何思维水平的发展是有顺序的, 学生几何思维水平的发展还会受教材、教学方法、教学媒体等因素的影响。要提升学生的几何思维水平, 几何教学必须顺应几何思维水平的发展顺序, 教师要提高自身的几何思维水平, 恰当选用几何教学软件。

关键词: 平面几何; 范希尔理论; 范希尔五阶段教学法; 几何思维水平

中图分类号: G620

文献标志码: A

文章编号: 1674-5884(2017)05-0012-05

作为数学学科的重要分支, 几何(注: 在本文中特指平面几何)对于学生思维的发展具有举足轻重的作用。美国 NCTM 的《学校数学的原则与标准》(2000)指出, 几何教学的目的是发展学生的逻辑思维能力 and 空间直觉能力, 并且强调, 几何学习应通过教学活动来实现, 用实物模型、绘画和软件为工具设计相应的活动, 发展学生的数学创造思维。我国《义务教育阶段课程标准》亦指出, 几何教学应该培养学生的空间观念、几何直观、推理能力和模型思想, 特别是要培养学生的应用意识和创新意识。由此可见, 几何具有独特的教学价值。

荷兰教育家范希尔夫妇(Pierre Van Hiele & Dina Van Hiele)受皮亚杰(Jean Piaget)数学理解水平影响, 结合教学过程中所遇到的问题, 提出了几何思维发展的五个水平^[1], 被称为范希尔理论。在几何教学领域, 作为衡量学生几何思维发展的重要理论, 范希尔理论已经被越来越多的研究者熟识与研究。

1 范希尔理论与学生几何思维水平

依据范希尔理论, 将学生学习和理解几何知识的过程分为5个水平, 引用学者 Hoffer(1981)的研究结果, 将范希尔理论的5个几何思维水平论述如下, 见表1。

表1 范希尔几何思维水平分类表

几何思维水平维度	几何思维水平内涵
水平1: 视觉(Visual)	对于所给的几何图形, 儿童可以凭借整体感知描述图形, 但不能利用图形的特征分析图形, 如范希尔所说: “图形看起来像”以及“知道它是什么图形, 但无法解释为什么” ^[1]
水平2: 分析(Analysis)	学生可以描述图形的相关特征, 或者利用这些特征解决简单的问题, 但却无法建立这些特征之间的联系, 正如克莱门兹、贝蒂斯塔所说: “这个阶段的学生不再通过直觉辨认图形, 而是根据所了解的性质辨别图形” ^[2]
水平3: 非形式化演绎 (Informal deduction)	在这个阶段, 学生可以根据相关性建立图形与图形之间的联系, 同时对他们来说, 建立几何图形的定义与性质之间的关系成为一个有意义的主题 ^[2] , 然而, 学生依旧不知道如何利用所给定的前提条件建立逻辑证明

收稿日期: 20160906

基金项目: 湖南科技大学校级课题(G31216)

作者简介: 曾友良(1965-), 男, 湖南湘潭人, 副教授, 硕士, 主要从事数学教学论研究。

续表 1

几何思维水平维度	几何思维水平内涵
水平 4:形式化演绎 (Formal deduction)	学生了解几何学习中“不定义元素”“公理”“定理”“定义”的意义和重要性,确信几何定理需要形式逻辑推演才能建立,也有能力利用所给出的充分和必要条件构造几何逻辑证明
水平 5:严密性(Rigor)	学生可以理解和分析不同的公理系统,也可以在不同的公理系统下严谨建立定理。但由于很多学校学生思维发展很少达到水平 5,因此很少有研究者关注水平 5 的研究

范希尔理论对几何教学、课堂活动以及评估学生的几何思维发展做出了巨大贡献,研究指出,教师在课堂教学及学生思维水平发展的过程中扮演着十分重要的作用。

对应于几何思维的 5 个水平,范希尔夫妇提出了学生思维水平进阶(即从一个水平到下一个水平的发展)的 5 个教学阶段,见表 2。

表 2 学生思维水平进阶表

思维水平进阶	具体内容
学前咨询 (Interview)	教师与学生就学习对象进行双向交谈,在此过程中,教师衡量学生的思维水平,学生理解要学习的课题
引导定向 (Direct Orientation)	教师根据学生对一些简单问题的回答为学生安排与课题相关的任务,使学生明白学习的方向与方法
阐明 (Explication)	教师与学生通过双向互动,即教师使用正确的语言符号向学生讲解课题,学生依据自身的经验理解和掌握教师所讲知识
活动 (Activies)	学生使用不同的方法解决与课题相关的问题,在解决问题的过程中获得经验,同时明确学习方向;老师的主要任务是激起学生的学习兴趣
整合 (Integration)	学生回顾和总结所学知识,并且用自己的方法形成某种观点,将对象与关系内化为一个新的思维领域

范希尔理论中教学设计的主要目的是促进学生几何思维水平的提高,特别是培养学生空间想象、解决问题等能力。

2 基于范希尔理论的几何思维发展的研究

范希尔理论的发表,引起许多学者的注意,如前苏联学者皮卡什罗(A. M. Pyshkalo)经过仔细研究范希尔思想,最终提出了一条“学生几何发展的连续路线”,使得苏联的几何教学取得巨大成功(Pyshkalo, 1968);同样的,美国学者尤金斯基(Usiskin)通过研究范希尔理论,制定了范希尔几何思维水平量表,目的是确定学生的认知发展阶段及几何教学对思维发展的影响,研究结果包括:1)8%的初中生可达到范希尔水平 3 之上;2)完成中学几何课程后,仍有 40% 的学生几何思维发展处于范希尔水平 3 之下;3)范希尔几何思维水平在性别之间有差异^[3]。

到目前为止,关于范希尔理论的研究大多是讨论学生几何思维水平的发展^[3],如荷兰学者 Ji ři Haviger 和 Iva Vojk ůvková 利用尤金斯基测试研究发现,荷兰与美国学生的几何思维发展相差无几,大部分学生思维发展都达到水平 1 和水平 2,部分达到水平 3。通过阅读、归纳、总结这些研究结果,关于影响学生几何思维水平的发展研究主要分为以下几个方面。

2.1 课本对学生几何思维发展的影响研究

美国学者弗斯等人研究发现,单纯的课本使学生范希尔思维水平只能达到水平 1 和水平 2,很难达到更高水平^[4];然而,美国学者 Halat 研究指出,基于范希尔理论的教材可以有效提高学生的几何思维水平^[5]。

2.2 教学材料与活动对学生几何思维发展的影响研究

美国学者 Mistretta 针对 8 年级学生设计了一种几何教学单元,用于提高学生的几何思维水平。研

究指出,当教学活动结束后,学生的几何思维普遍有所提高。马来西亚学者 Nyet Moi Siew 和 Sopia Abdullah 通过研究指出,七巧板活动教学可以促使学生亲自动手和动脑去学习,更主要是学生可以发现学习几何的兴趣和动机,帮助学生思维水平发展至水平 3^[6];同样的,美国学者 Siew, Chang 和 Abdullah 也发现七巧板活动教学使得中学生和大学生思维水平都有显著提高;然而学者 Corley 却发现传统教学环境对于学生思维发展也有积极影响^[7]。

2.3 电脑软件对学生几何思维发展的影响研究

美国学者 Clements 和 Battista 声称对于 4 年级学生,使用 LOGO 软件的几何教学,可以显著提高学生的几何思维水平^[8];同时,学者 Tutak 在研究中指出,使用教学材料和动态几何软件教学对学生的几何思维都有影响,但动态几何软件相对更好一些;值得一提的是,在 2012 年举办的国际教育技术大会(International Educational Technology Conference, 简称为 IETC2012)上,学者 Mohd Salleh Abu, Mohamad Bilal Ali 和 Tan Tong Hock 通过研究发现,使用 Google SketchUp 软件的几何教学,被测学生测试前和测试后的几何思维水平发展如图 1 所示,通过分析数据发现,每位被测学生的思维水平都有不同程度的提高,从而得出结论,使用 Google SketchUp 软件教学有助于学生几何思维水平的提高^[9]。

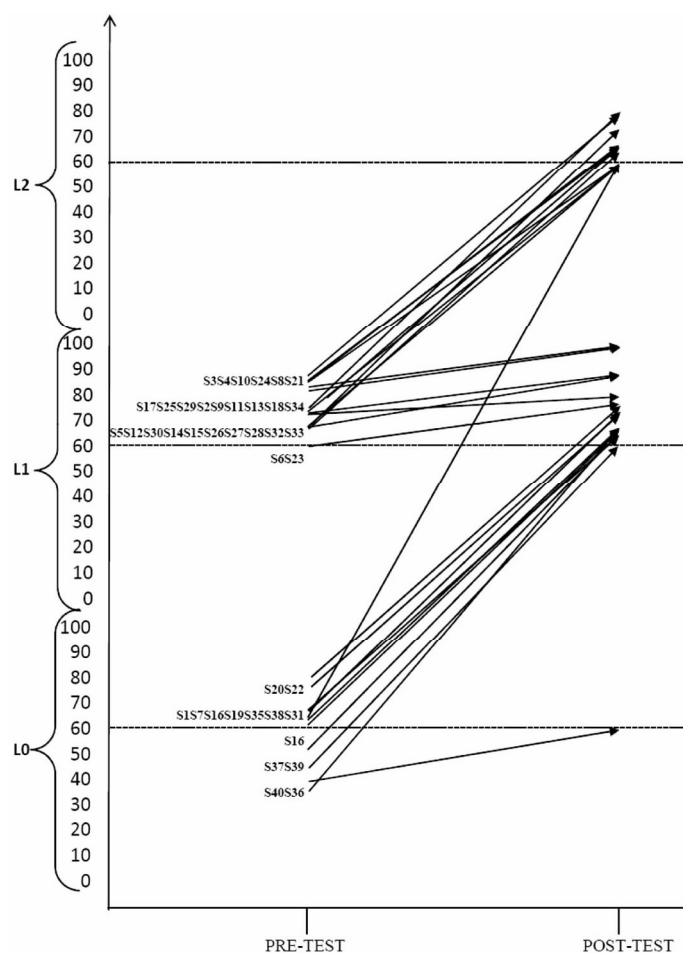


图 1 Google SketchUp 软件教学对学生几何思维水平提高的影响

2.4 教学方法对学生几何思维发展的影响研究

学者 Duatepe 发现,对于 7 年级学生,相比使用传统教学方法,数字几何教学(drama-based geometry teaching)更有助于提高学生的几何思维水平^[10]。

2.5 性别与学校类型对学生几何思维发展的影响研究

2013 年国际教育与心理大会(International Conference on Education & Educational Psychology 2013,

简称为 ICEEPSY 2013)上,学者 Jiří Haviger 和 Iva Vojkůvková 通过研究发现,不管是在性别方面还是学校类别方面,几何思维发展都有不同的差别,从图2可以发现,在性别方面,男生的几何思维明显高于女性,但在水平1、水平2和水平4中,影响尺度相差并不大(在5%以内),只有在水平3,影响尺度却超过10%^[11]。同时,在学校类别方面,由于学校所教科目及对几何教学目标的要求不同,学生的几何思维水平发展也明显不同。

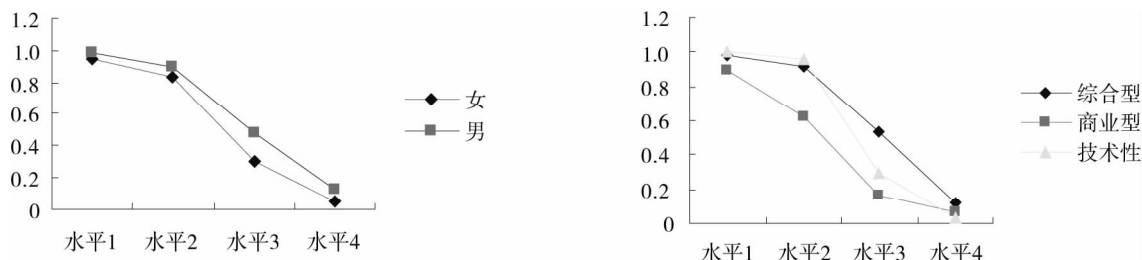


图2 性别与学校类别方面的比较

3 范希尔理论的研究展望

纵观上述研究,国外学者已经从多个方面对范希尔理论进行深入研究,其研究结果对于几何教学有着十分重要的意义。也就是说,范希尔理论已经得到了多数学者的认同,如美国数学咨询委员会顾问 Panel 表示:在数学教育领域,范希尔理论是最主要的几何教学理论,为学生几何思维的发展提供了完美的讨论基础,同时,这个理论仍然值得研究。然而,也有学者提出了不同意见,如教育家 H. Freudenthal 认为:数学主要是解决抽象问题,但范希尔理论却只关心抽象概念的教学。因此,范希尔理论的研究方向是多维度的:1)如何将范希尔理论应用于数学其他方面,如函数、计算、比例等方面;2)如何利用动态几何软件(Dynamic Geometry Software)提升学生的思维水平;3)空间能力(spatial ability)是另一个理解学生几何思维水平和学习过程的重要概念,如何去利用范希尔理论培养学生的空间能力。

4 范希尔理论对几何教学的启示

变革和发展是当今几何教学的主要论题,范希尔理论对于几何教学的作用尤为重要。

4.1 提升教师自身的几何思维水平

苏联教育家苏霍姆林斯基曾说:“要想给学生一碗水,自己就需要一桶水。”同样的道理,要想提升学生的几何思维,就必须使自己的几何思维发展高于学生。然而,学者 Mayberry 通过访谈 19 位师范生发现,对于小学课程的 7 个主要课题,大多数师范生缺乏形式演绎(水平4)几何课程的准备知识。因此,在平时的几何教学中,教师应该注重学习,特别是了解几何的发展历史,掌握几何定理与推论的证明及使用,从而提升自身的思维水平。

4.2 充分了解学生的思维水平

通过了解范希尔理论知道,几何之所以难教的原因是教师在教学过程中所呈现的问题和语言超出了学生的思维水平。因此,了解学生的思维状况,特别是性别之间的差异,尽可能采用因人而异、因材施教的教学方法,提升学生学习的积极性,提高教学效率。

4.3 学会使用多种教学方法

学习是一个思维与认知发展的过程,《课标》强调,教学过程不能局限于教师单方面的向学生传授知识,而应该是一种师生互动、平等交流的过程。因此,在几何的教学过程中,通过设置思维的“最近发展区”以及富有创造性的问题,让学生在合作中学习和解决所遇到的几何问题,自主构建几何知识框架,更有助于学生几何思维水平的发展。

4.4 学会使用教学软件

已有的研究表明,使用电脑软件(如GSU,GSP等)的范希尔五阶段教学更有助于提高学生的几何思维水平。因此,在平时的教育教学中,教师应加强对电脑软件使用的研究,进一步应用于课堂教学中,使得电脑软件所呈现的几何知识产生过程与学生思维发展相吻合,从而促进教学效率的最大化。但是,教师在运用范希尔理论进行教学设计时,切忌生搬硬套,而应根据教学内容和学生的具体情况进行适当的调整。

参考文献:

- [1] Van Hiele P M. Structure and Insight: A Theory of Mathematics Education[M]. Orlando: Academic Press,1986.
- [2] Clements D H,Battista M T. Geometry and spatial reasoning [M]. New York: Macmillan Press,1992.
- [3] 鲍建生,周超. 数学学习的心理基础与过程[M]. 上海:上海教育出版社,2009.
- [4] Fuys D, Geddes D, Tischler R. The van Hiele model of thinking in geometry among adolescents// National Council of Teachers of Mathematics[C]. 1988.
- [5] Halat E. Reform -based curriculum & acquisition of the levels[J]. Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education, 2007 (1):41 -49.
- [6] Abdullah A H, Zakaria E. The effects of van Hiele's phase -based instruction using the geometer's sketchpad (GSP) on students'level of geometric thinking[J]. Research Journal of Applied Sciences, Engineering and Technology, 2012 (5): 1652 -1660.
- [7] Crowley M L. The van Hiele Model of the Development of Geometric Thought. Learning and Teaching Geometry, K -12// The National Council of Teachers of Mathematics' Yearbook[C].1987.
- [8] Clements D,Battista M. The effects of logo on children's conceptualizations of angle and polygons[J]. Journal for Research in Mathematics Education, 1990 (5):356 -371.
- [9] Mohd Salleh Abu, Mohamad Bilal Ali , Tan Tong Hock. Assisting Primary School Children to Progress through Their van Hiele's Levels of Geometry Thinking Using Google SketchUp. Procedia[J]. Social and Behavioral Sciences , 2012 (5):75 -84.
- [10] Duatepe A. The effects of drama based instruction on seventh grade students'geometry achievement, van Hiele geometric thinking levels, attitude toward mathematics and geometry[D]. Ankara:Middle East Technical University, 2004.
- [11] Ji ří Haviger, Iva Vojk ůvková. The van Hiele geometry thinking levels: gender and school type differences[J]. Social and Behavioral Sciences , 2014 (4):977 -981.

(责任校对 游星雅)